

13. Неравенства

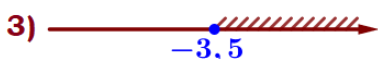
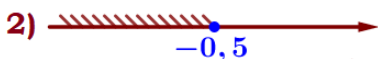
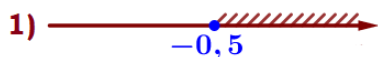
Блок 1. ФИПИ + Другие источники

ПРИМЕРЫ

I) Линейные неравенства

Задание 1. Укажите решение неравенства

1 $4x - 2 \geq -2x - 5$



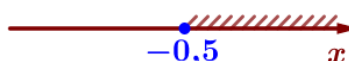
$$4x - 2 \geq -2x - 5$$

$$4x + 2x \geq -5 + 2$$

$$6x \geq -3 \quad | :6$$

$$x \geq \frac{-3}{6}$$

$$x \geq -0,5$$



Ответ: _____

Ответ: 1

2 $-3 - 3x < 7x - 9$

1) $(1, 2; +\infty)$

2) $(-\infty; 1, 2)$

3) $(0, 6; +\infty)$

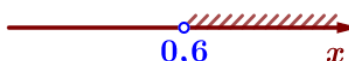
4) $(-\infty; 0, 6)$

$$-3 - 3x < 7x - 9$$

$$-3x - 7x < -9 + 3$$

$$-10x < -6 \quad | :(-10) \quad -10 < 0$$

$$x > 0,6$$



$$x \in (0, 6; +\infty)$$

Ответ: _____

Ответ: 3

3 $10x - 4(3x + 2) > -3$

1) $(-\infty; 5, 5)$

2) $(-2, 5; +\infty)$

3) $(5, 5; +\infty)$

4) $(-\infty; -2, 5)$

$$10x - 4(3x + 2) > -3$$

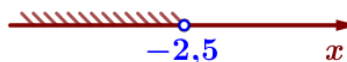
$$10x - 12x - 8 > -3$$

$$10x - 12x > -3 + 8$$

$$-2x > 5 \quad | :(-2) \quad -2 < 0$$

$$x < \frac{5}{-2}$$

$$x < -2,5$$



$$x \in (-\infty; -2, 5)$$

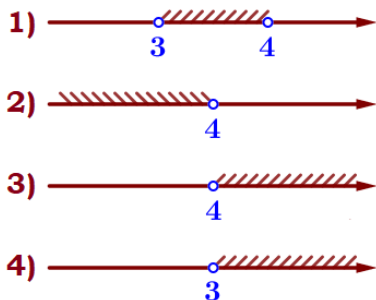
Ответ: _____

Ответ: 4

II) Системы неравенств

Задание 2. Решите систему неравенств. На каком рисунке изображено множество её решений? В ответе укажите номер правильного варианта.

1 $\begin{cases} x > 3, \\ 4 - x < 0 \end{cases}$



Ответ: _____

$$\begin{cases} x > 3 \\ 4 - x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 3 \\ -x < -4 \quad | :(-1) \quad -1 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 3 \\ x > 4 \end{cases}$$



Ответ: 3

2 $\begin{cases} x + 3,4 \leq 0, \\ x + 5 \geq 1 \end{cases}$

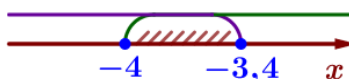
- 1) $(-\infty; -4] \cup [-3,4; +\infty)$
- 2) $[-4; -3,4]$
- 3) $[-3,4; +\infty)$
- 4) $(-\infty; -4]$

Ответ: _____

$$\begin{cases} x + 3,4 \leq 0, \\ x + 5 \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -3,4 \\ x \geq 1 - 5 \end{cases}$$

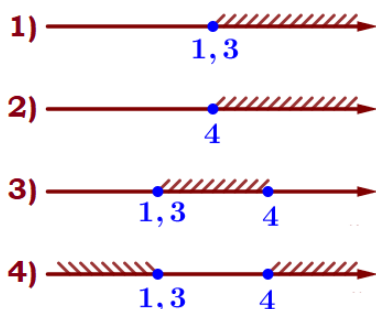
$$\begin{cases} x \leq -3,4 \\ x \geq -4 \end{cases}$$



$$x \in [-4; -3,4]$$

Ответ: 2

3 $\begin{cases} x - 4 \leq 0, \\ x - 0,3 \geq 1 \end{cases}$

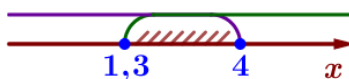


Ответ: _____

$$\begin{cases} x - 4 \leq 0, \\ x - 0,3 \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 4, \\ x \geq 1 + 0,3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 4, \\ x \geq 1,3 \end{cases}$$



Ответ: 3

Задание 3. Укажите решение системы неравенств

1
$$\begin{cases} -5+5x < 0, \\ 7-2x < 1 \end{cases}$$

- 1) $(-\infty; 3)$
- 2) $(1; +\infty)$
- 3) $(1; 3)$
- 4) нет решений

Ответ: _____

$$\begin{cases} -5+5x < 0, \\ 7-2x < 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x < 5, & |:5 \\ -2x < 1-7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 1, \\ -2x < -6 & |:(-2) \quad -2 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 1, \\ x > 3 \end{cases}$$



нет решений

Ответ: 4

2
$$\begin{cases} -28+7x < 0, \\ 9-4x > -23 \end{cases}$$

- 1) 8
- 2) 4
- 3) 4
- 4) 4 8

Ответ: _____

$$\begin{cases} -28+7x < 0, \\ 9-4x > -23 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x < 28, & |:7 \\ -4x > -23-9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 4, \\ -4x > -32 & |:(-4) \quad -4 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 4, \\ x < 8 \end{cases}$$



Ответ: 3

III) Квадратные неравенства

Задание 4. Укажите решение неравенства.

1 $(x+3)(x-6) > 0$

- 1) $(6; +\infty)$
- 2) $(-3; +\infty)$
- 3) $(-\infty; -3) \cup (6; +\infty)$
- 4) $(-3; 6)$

Ответ: _____

$$(x+3)(x-6) > 0$$

$$(x+3)(x-6) = 0$$

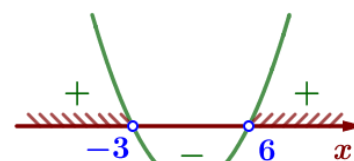
$$x+3=0 \text{ или } x-6=0$$

$$x=-3 \quad x=6$$

Построим схематический график функции $f(x) = (x+3)(x-6)$

парабола

$a=1 > 0$ ветви вверх



$$x \in (-\infty; -3) \cup (6; +\infty)$$

Ответ: 3

2 $(x+2)(x-4) \leq 0$

- 1)
- 2)
- 3)
- 4)

Ответ: _____

$$(x+2)(x-4) \leq 0$$

$$(x+2)(x-4) = 0$$

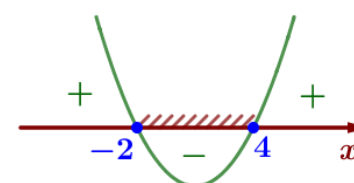
$$x+2=0 \text{ или } x-4=0$$

$$x=-2 \quad x=4$$

Построим схематический график функции $f(x) = (x+2)(x-4)$

парабола

$a=1 > 0$ ветви вверх



Ответ: 2

3 $x^2 - 4 \geq 0$

- 1) $[-2; 2]$
- 2) $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$
- 3) нет решений
- 4) $(-\infty; +\infty)$

Ответ: _____

$$x^2 - 4 \geq 0$$

$$(x-2)(x+2) \geq 0$$

$$(x-2)(x+2) = 0$$

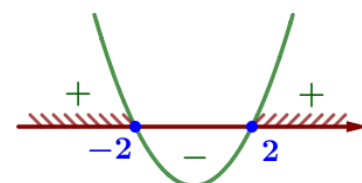
$$x-2=0 \text{ или } x+2=0$$

$$x=2 \quad x=-2$$

Построим схематический график функции $f(x) = x^2 - 4$

парабола

$a=1 > 0$ ветви вверх



$$x \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$$

Ответ: 2

Задание 5. Укажите решение неравенства.

1 $9x - x^2 \geq 0$

- 1) $[0; 9]$
- 2) $[0; +\infty)$
- 3) $(-\infty; 0] \cup [9; +\infty)$
- 4) $[9; +\infty)$

Ответ: _____

$9x - x^2 \geq 0$

$9x - x^2 = 0$

$x(9 - x) = 0$

$x = 0$ или $9 - x = 0$

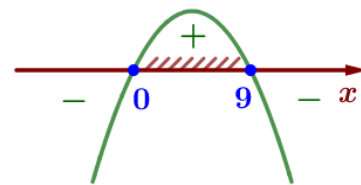
$x = 9$

Построим схематический график функции

$f(x) = 9x - x^2$

парабола

$a = -1 < 0$ ветви вниз



$x \in [0; 9]$

Ответ: 1

2 $8x - x^2 < 0$

- 1)
- 2)
- 3)
- 4)

Ответ: _____

$8x - x^2 < 0$

$8x - x^2 = 0$

$x(8 - x) = 0$

$x = 0$ или $8 - x = 0$

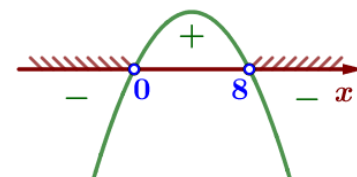
$x = 8$

Построим схематический график функции

$f(x) = 8x - x^2$

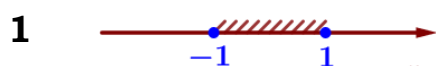
парабола

$a = -1 < 0$ ветви вниз



Ответ: 2

Задание 6. Укажите неравенство, решение которого изображено на рисунке.



1) $x^2 - 1 \geq 0$

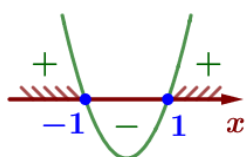
3) $x^2 - 1 \leq 0$

2) $x^2 + 1 \geq 0$

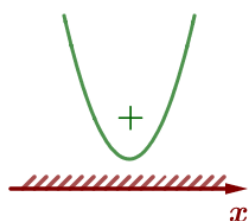
4) $x^2 + 1 \leq 0$

Ответ: _____

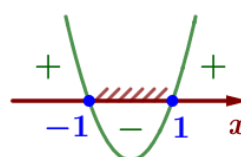
1) $x^2 - 1 \geq 0$
 $(x - 1)(x + 1) = 0$
 $x = 1$ или $x = -1$



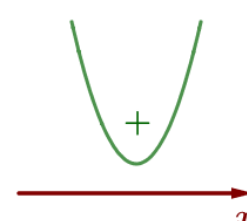
2) $x^2 + 1 \geq 0$
 x - любое число



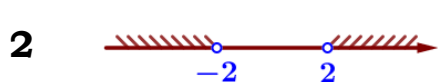
3) $x^2 - 1 \leq 0$
 $(x - 1)(x + 1) = 0$
 $x = 1$ или $x = -1$



4) $x^2 + 1 \leq 0$
нет решений



Ответ: 3



1) $x^2 - 4 < 0$

3) $x^2 + 4 > 0$

2) $x^2 - 4 > 0$

4) $x^2 + 4 < 0$

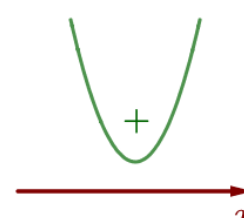
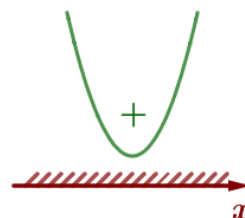
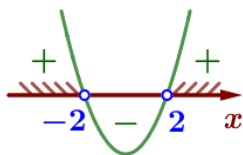
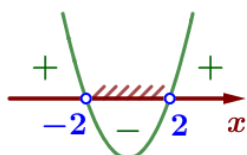
Ответ: _____

1) $x^2 - 4 < 0$
 $(x-2)(x+2) = 0$
 $x = 2$ или $x = -2$

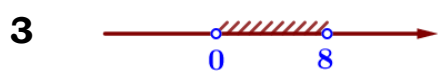
2) $x^2 - 4 > 0$
 $(x-2)(x+2) = 0$
 $x = 2$ или $x = -2$

3) $x^2 + 4 > 0$
 x – любое число

4) $x^2 + 4 < 0$
 нет решений



Ответ: 2



1) $x^2 - 8x < 0$

3) $x^2 - 8x > 0$

2) $x^2 - 64 < 0$

4) $x^2 - 64 > 0$

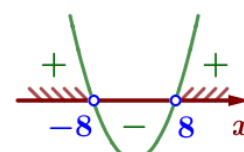
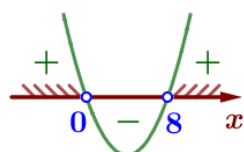
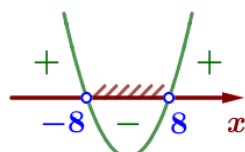
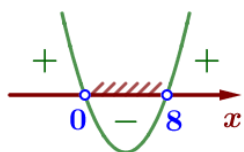
Ответ: _____

1) $x^2 - 8x < 0$
 $x(x-8) = 0$
 $x = 0$ или $x = 8$

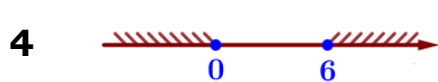
2) $x^2 - 64 < 0$
 $(x-8)(x+8) = 0$
 $x = 8$ или $x = -8$

3) $x^2 - 8x > 0$
 $x(x-8) = 0$
 $x = 0$ или $x = 8$

4) $x^2 - 64 > 0$
 $(x-8)(x+8) = 0$
 $x = 8$ или $x = -8$



Ответ: 1



1) $x^2 - 6x \leq 0$

3) $x^2 - 36 \leq 0$

2) $x^2 - 6x \geq 0$

4) $x^2 - 36 \geq 0$

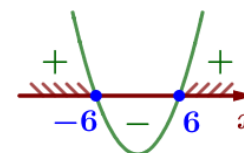
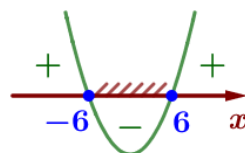
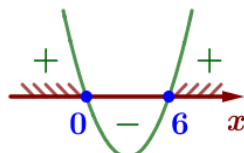
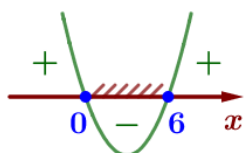
Ответ: _____

1) $x^2 - 6x \leq 0$
 $x(x-6) = 0$
 $x = 0$ или $x = 6$

2) $x^2 - 6x \geq 0$
 $x(x-6) = 0$
 $x = 0$ или $x = 6$

3) $x^2 - 36 \leq 0$
 $(x-6)(x+6) = 0$
 $x = 6$ или $x = -6$

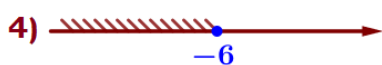
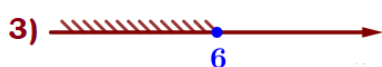
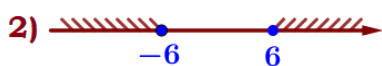
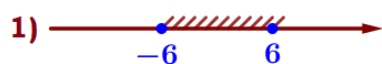
4) $x^2 - 36 \geq 0$
 $(x-6)(x+6) = 0$
 $x = 6$ или $x = -6$



Ответ: 2

Задание 7. Укажите решение неравенства

1) $x^2 \leq 36$



Ответ: _____

$x^2 \leq 36$

$x^2 - 36 \leq 0$

$x^2 - 36 = 0$

$(x-6)(x+6) = 0$

$x-6=0$ или $x+6=0$

$x=6$

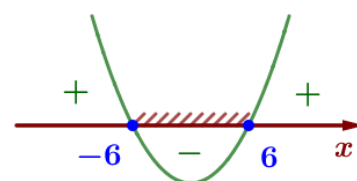
$x=-6$

Построим схематический график функции

$f(x) = x^2 - 36$

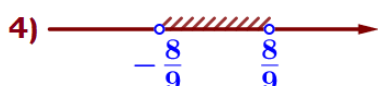
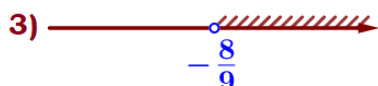
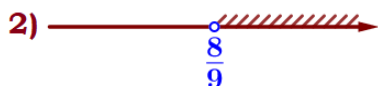
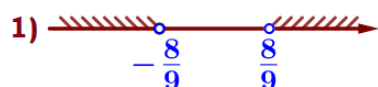
парабола

$a=1 > 0$ ветви вверх



Ответ: 1

2) $81x^2 > 64$



Ответ: _____

$81x^2 > 64$

$81x^2 - 64 > 0$

$81x^2 - 64 = 0$

$(9x-8)(9x+8) = 0$

$9x-8=0$ или $9x+8=0$

$9x=8$

$9x=-8$

$x = \frac{8}{9}$

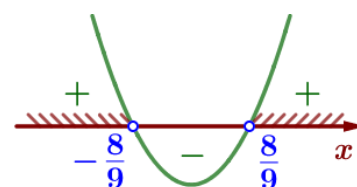
$x = -\frac{8}{9}$

Построим схематический график функции

$f(x) = 81x^2 - 64$

парабола

$a=1 > 0$ ветви вверх



Ответ: 1

Задание 8. Укажите неравенство, решением которого является любое число.

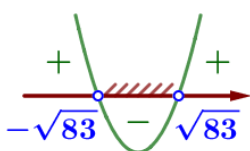
- 1) $x^2 - 83 < 0$ 2) $x^2 - 83 > 0$ 3) $x^2 + 83 < 0$ 4) $x^2 + 83 > 0$

Ответ: _____

1) $x^2 - 83 < 0$

$(x - \sqrt{83})(x + \sqrt{83}) = 0$

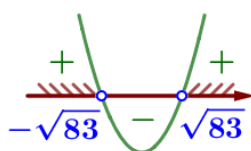
$x = \sqrt{83}$ или $x = -\sqrt{83}$



2) $x^2 - 83 > 0$

$(x - \sqrt{83})(x + \sqrt{83}) = 0$

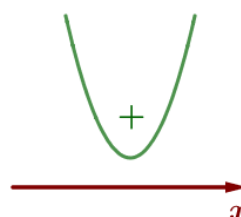
$x = \sqrt{83}$ или $x = -\sqrt{83}$



3) $x^2 + 83 < 0$

нет

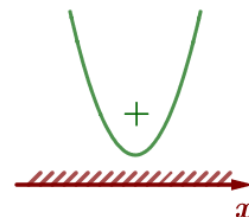
решений



4) $x^2 + 83 > 0$

x - любое

число



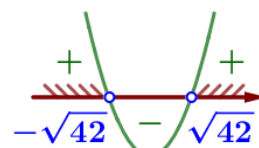
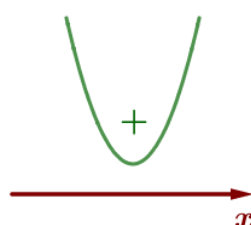
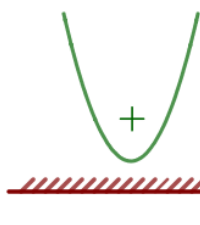
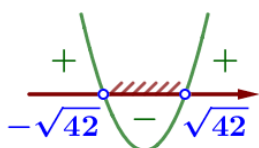
Ответ: 4

Задание 9. Укажите неравенство, которое **не имеет** решений.

- 1**
- | | |
|-------------------|-------------------|
| 1) $x^2 - 42 < 0$ | 3) $x^2 + 42 < 0$ |
| 2) $x^2 + 42 > 0$ | 4) $x^2 - 42 > 0$ |

Ответ: _____

- | | | | |
|---|--|----------------------------------|---|
| 1) $x^2 - 42 < 0$
$(x - \sqrt{42})(x + \sqrt{42}) = 0$
$x = \sqrt{42}$ или $x = -\sqrt{42}$ | 2) $x^2 + 42 > 0$
x - любое число | 3) $x^2 + 42 < 0$
нет решений | 4) $x^2 - 42 > 0$
$(x - \sqrt{42})(x + \sqrt{42}) = 0$
$x = \sqrt{42}$ или $x = -\sqrt{42}$ |
|---|--|----------------------------------|---|

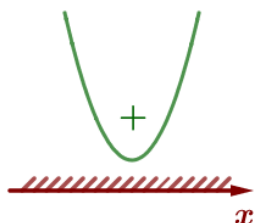


Ответ: 3

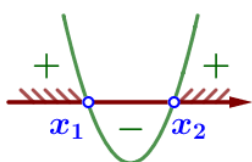
- 2**
- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1) $x^2 - 5x + 13 > 0$ | 3) $x^2 - 5x - 13 < 0$ |
| 2) $x^2 - 5x - 13 > 0$ | 4) $x^2 - 5x + 13 < 0$ |

Ответ: _____

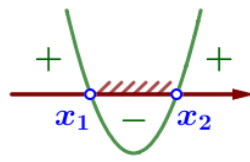
- | | | | |
|--|--|--|---|
| 1) $x^2 - 5x + 13 > 0$
$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 13$
$D = 25 - 52 = -27$
$D < 0$
парабола
$a = 1 > 0$ ветви вверх | 2) $x^2 - 5x - 13 > 0$
$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-13)$
$D = 25 + 52 = 77$
$D > 0$
парабола
$a = 1 > 0$ ветви вверх | 3) $x^2 - 5x - 13 < 0$
$D = 77 > 0$
парабола
$a = 1 > 0$
ветви вверх | 4) $x^2 - 5x + 13 < 0$
$D = -27 < 0$
парабола
$a = 1 > 0$
ветви вверх |
|--|--|--|---|



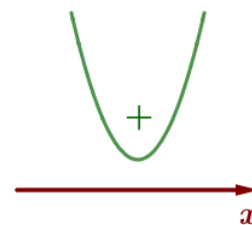
x - любое число



$x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$



$x \in (x_1; x_2)$



нет решений

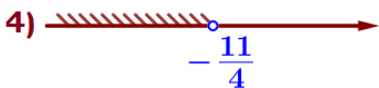
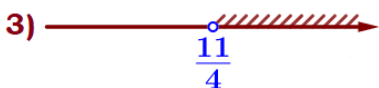
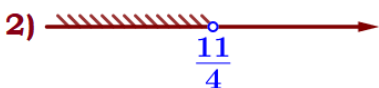
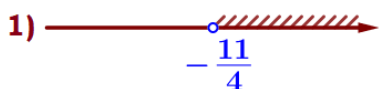
Ответ: 4

13. Неравенства

Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия

Задание 10. На каком рисунке изображено множество решений неравенства? В ответе укажите номер правильного варианта.

1) $3 - 4(3x - 5) > -10$



$$3 - 4(3x - 5) > -10$$

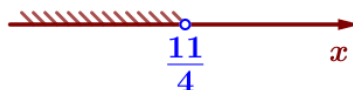
$$3 - 12x + 20 > -10$$

$$-12x > -10 - 3 - 20$$

$$-12x > -33 \quad | :(-12) \quad -12 < 0$$

$$x < \frac{-33}{-12}$$

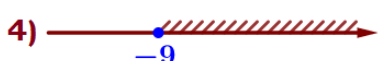
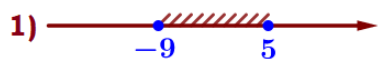
$$x < \frac{11}{4}$$



Ответ: _____

Ответ: 2

2) $x^2 + 4x - 45 \geq 0$



$$x^2 + 4x - 45 \geq 0$$

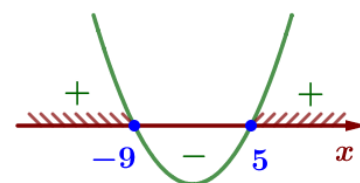
$$D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-45) = 16 + 180 = 196$$

$$x_1 = \frac{-4 - \sqrt{196}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 - 14}{2} = -9$$

$$x_2 = \frac{-4 + \sqrt{196}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 + 14}{2} = 5$$

Построим схематический график функции $f(x) = x^2 + 4x - 45$

парабола
 $a = 1 > 0$ ветви вверх



Ответ: _____

Ответ: 2